Programmes de terminale C et E de 1983 présents sur les premières pages des deux livres de la collection "Mathématiques Terminals C et E (vol1 - Algèbre géométrie et vol2 - Analyse)", éditions Magnard, de M. Latanicki, S. Martin, M.-F. Le Dantec, C. Marmèche, M. Meunier et C. Peray.

CLASSES TERMINALES C ET E

PROGRAMME D'ALGEBRE ET DE GEOMETRIE

Le programme est commun aux classes Terminales C et E, sauf en ce qui concerne le titre VIII (Géométrie).

L'horaire hebdomadaire est de 9 heures (8 + 1).

Comme dans les classes précédentes, de nombreuses activités sont indispensables ; c'est uniquement pour éviter des difficultés d'interprétation au baccalauréat que le choix des thèmes est laissé à l'entière initiative des professeurs : aucune liste indicative n'est proposée.

On continuera à utiliser largement les calculatrices.

L'élève a acquis en Première scientifique un bagage important, qu'on aura soin d'investir dès le début de l'année dans des directions variées. Le professeur de Terminale dispose de l'ensemble des connaissances de Première, démontrées ou admises.

Dans le texte du programme la mention « énoncé admis » ou « on admettra » désigne une proposition pour laquelle le professeur décidera de l'opportunité d'une démonstration, étant entendu que celle-ci n'est pas exigible au baccalauréat mais qu'en tout état de cause la signification de l'énoncé, sa portée, ses applications seront mises en évidence.

Les autres propositions seront, bien entendu, démontrées.

Les élèves ont été, en Première, initiés à des structures. L'étude de celles-ci n'a pas à être développée pour elle-même ; il s'agit cependant de pouvoir disposer, dans l'étude par exemple des nombres complexes ou de la fonction exponentielle, du langage approprié. Le professeur donnera donc au moment convenable la définition d'un corps commutatif, sans en apporter d'autre exemple que $\mathbb{R}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{C}$, ainsi que les définitions d'un groupe, d'un sous-groupe, d'un morphisme de groupes.

I. COMBINATOIRE. STATISTIQUES

a) Nombre des applications d'un ensemble fini dans un autre ; nombre des injections ; arrangements.

Nombre des parties de cardinal donné d'un ensemble fini ; combinaisons.

Notations : C_n^p, $\binom{n}{p}$. Formules $C_n^p = C_n^{n-p}$, $C_{n+1}^{p+1} = C_n^p + C_n^{p+1}$

Exemples variés de dénombrements ; on fera le lien avec quelques calculs (sans théorie) de probabilités dans le cas d'équiprobabilité sur un ensemble fini d'épreuves.

b) Formule du binôme.

c) Etude simultanée de deux grandeurs numériques mesurées sur une population de *m* individus ; nuage de points associé dans $\mathbb{R}^2$.

Ajustement, à *m* points expérimentaux, d'une fonction affine par la méthode des moindres carrés. Droites de régression, coefficient de corrélation linéaire.

Cas de points pondérés, barycentre du nuage. Inertie du nuage par rapport à un point ; minimum de cette inertie.

II. NOMBRES COMPLEXES

a) Le corps des nombres complexes (aucune méthode n'est imposée dans cette introduction).

Bijection $(a, b) \mapsto a + bi$ de $\mathbb{R}^2$ sur $\mathbb{C}$

Représentation géométrique d'un nombre complexe ; affixe d'un point, d'un vecteur.

Nombres complexes conjugués.

Module ; inégalité triangulaire ; module d'un produit.

Nombres complexes de module 1 ; argument d'un nombre complexe non nul, notation $r e^{i\varphi}$; relation $e^{i\varphi} e^{i\varphi'} = e^{i(\varphi+\varphi')}$. Dérivée de $t \longmapsto e^{it}$.

b) (Compléments de trigonométrie). Formule de Moivre.

Exemples de linéarisation de polynômes trigonométriques.

Conversion de produits en sommes et de sommes en produits.

Réduction de $a \cos x + b \sin x$ (par $a = r \cos \varphi$, $b = r \sin \varphi$).

c) Racines n-ièmes d'un nombre complexe ; groupe des racines n-ièmes de l'unité, interprétation géométrique.

Résolution dans $\mathbb{C}$ des équations du second degré.

III. ALGÈBRE LINÉAIRE

Les définitions d'un espace vectoriel et d'une application linéaire ont été vues en Première, on les complètera par celle d'un sous-espace vectoriel. Il s'agit de mettre ces notions en œuvre sur des exemples variés d'espaces de dimension finie, en s'appuyant sur l'étude du modèle fondamental $\mathbb{R}^n$; dans les exercices et problèmes l'entier n sera numériquement fixé (de façon raisonnable).

a) Opérations dans $\mathbb{R}^n$, base canonique :

Etude des combinaisons linéaires d'une famille de p éléments de $\mathbb{R}^n$; cette étude conduit à dégager :

La notion de sous-espace vectoriel engendré ;

La représentation, dans la base canonique de $\mathbb{R}^n$, d'une famille finie par une matrice ;

La détermination d'une application linéaire de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^n$ par les images des éléments de la base canonique de $\mathbb{R}^p$, et par conséquent par la matrice de ces images dans la base canonique de $\mathbb{R}^n$.

On remarquera que la composée de deux applications linéaires est une application linéaire.

Les matrices n'ayant ici qu'un rôle représentatif, il est exclu de développer le calcul matriciel : somme et produit de matrices sont hors du programme.

b) Interprétations d'un système linéaire de n équations à p inconnues :

Recherche des décompositions d'un vecteur ;

Recherche des antécédents de ce vecteur dans une application linéaire.

Dans $\mathbb{R}^n$: familles finies génératrices, familles finies liées, libres ; bases.

c) Opérations élémentaires $L_i \rightarrow L_i + \lambda\, L_j$ $(i \neq j)$ sur les lignes d'une matrice.

Méthode du pivot de Gauss (recherche d'une forme triangulaire de la matrice) ; sa mise en œuvre pour déterminer si une famille finie de vecteurs est une base, est libre, est génératrice.

Cette étude permet d'obtenir les résultats fondamentaux suivants :

Toute base de $\mathbb{R}^n$ a exactement n éléments ;

Toute famille libre de $\mathbb{R}^n$ a au plus n éléments, et c'est une base si et seulement si elle a n éléments ;

Toute famille génératrice de $\mathbb{R}^n$ a au moins n éléments, et c'est une base si et seulement si elle a n éléments ;

Théorème de la base incomplète.

d) Exemples numériques de résolution d'un système d'équations linéaires par opérations élémentaires sur les lignes.

e) Espaces vectoriels de dimension finie :

Bases. Isomorphisme avec $\mathbb{R}^n$ d'un espace vectoriel muni d'une base comprenant n vecteurs. Dimension.

Un endomorphisme injectif (resp. surjectif) d'un espace vectoriel de dimension finie est bijectif.

Sous-espaces vectoriels supplémentaires ; projections, symétries.

IV. GÉOMÉTRIE (TERMINALE C)

On continue de travailler dans le plan et l'espace considérés en Seconde et en Première. On dispose des espaces vectoriels associés ; il n'est donc pas nécessaire de modéliser un espace affine en général.

a) [Plan et espaces] :

Calcul barycentrique. Etant donné n points pondérés (A_i, α_i), étude des fonctions $M \mapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{MA_i}$ et $M \mapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \|\overrightarrow{MA_i}\|^2$.

Applications affines :

Une application de l'ensemble des vecteurs de l'espace dans lui-même est dite affine quand elle est de la forme $\vec{v} \mapsto \vec{A} + \varphi(\vec{v})$, où φ est linéaire ;

Dans l'espace pointé en O, une application $M \mapsto M'$ est affine si l'application $\overrightarrow{OM} \mapsto \overrightarrow{OM'}$ est affine (définition indépendante du choix du point O).

Caractérisation des applications affines par la conservation des barycentres. Image d'une droite, d'un plan, d'une partie convexe par une application affine ; conservation du parallélisme.

On montera que les isométries sont des applications affines conservant le produit scalaire. En plus des translations et des homothéties les élèves ont à connaître les symétries, orthogonales ou non, les affinités ; on leur fera utiliser ces transformations dans de nombreux problèmes de constructions et de lieux géométriques.

b) [Géométrie plane]. Mesures, dans le plan orienté, de l'angle orienté d'un couple de droites. Condition pour que quatre points soient cocycliques.

c) [Géométrie plane] :

Composition de rotations et translations, groupe des déplacements.

Composition d'un déplacement et d'une symétrie orthogonale ; anti-déplacements. Sur des exemples, recherche du groupe des isométries conservant une configuration donnée.

Composition de déplacements et d'homothéties, groupe des similitudes directes.

Exemples de transformation définie par une application complexe $z \mapsto f(z)$: cas des similitudes directes ; exemple de transformation non affine.

d) [Géométrie dans l'espace] :

Exemples simples d'isométries de l'espace laissant fixe un point donné.

Groupe des rotations d'axe donné ; on établira qu'une rotation est la composée de deux symétries orthogonales par rapport à des plans.

A titre d'exemples de composition : composée de deux rotations d'axes coplanaires ; composée d'une rotation d'axe D par une translation conservant D (vissage d'axe D).

e) [Géométrie plane] :

Coniques : définitions géométriques (bifocale, et par foyer et directrice) ; équations cartésiennes réduites ; équivalence de ces diverses définitions.

Equation de l'hyperbole rapportée à ses asymptotes.

Exemples de représentations paramétriques d'une conique.

Tangente à une conique en un point (on établira sa propriété de bissectrice par rapport aux foyers).

V. GÉOMÉTRIE (TERMINALE E)

On continue de travailler dans le plan et l'espace considérés en Seconde et en Première. On dispose des espaces vectoriels associés ; il n'est donc pas nécessaire de modéliser un espace affine en général.

a) [Plan et espace] :

Calcul barycentrique. Etant donné n points pondérés (A_i, α_i), étude des fonctions $M \mapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{MA_i}$ et $M \mapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i ||\overrightarrow{MA_i}||^2$.

Applications affines :

Une application de l'ensemble des vecteurs de l'espace dans lui-même est dite affine quand elle est de la forme $\vec{v} \longmapsto \vec{A} + \varphi(\vec{v})$, où φ est linéaire ;

Dans l'espace pointé en O une application $M \longmapsto M'$ est affine si l'application $\overrightarrow{OM} \longmapsto \overrightarrow{OM'}$ est affine (définition indépendante du choix du point O).

Caractérisation des applications affines par la conservation des barycentres. Image d'une droite, d'un plan, d'une partie convexe par une application affine ; conservation du parallélisme.

On montrera que les isométries sont des applications affines conservant le produit scalaire. En plus des translations et des homothéties les élèves ont à connaître les symétries, orthogonales ou non, les affinités ; on leur fera utiliser ces transformations dans de nombreux problèmes de constructions et de lieux géométriques.

b) [Géométrie plane] :

Composition de rotations et translations, groupe des déplacements.

Composition de déplacements et d'homothéties, groupe des similitudes directes.

Représentation complexe d'une similitude directe.

c) [Géométrie dans l'espace] :

Exemples simples d'isométries de l'espace laissant fixe un point donné.

Groupe des rotations d'axe donné ; on établira qu'une rotation est la composée de deux symétries orthogonales par rapport à des plans.

A titre d'exemples de composition : composée de deux rotations d'axes coplanaires ; composée d'une rotation d'axe D par une translation conservant D (vissage d'axe D).

d) [Géométrie descriptive] :

Rotation autour d'un axe vertical ou de bout. Rabattement sur un plan horizontal ou frontal.

Distance de deux points, d'un point à une droite, d'un point à un plan ; angle de deux droites.

Représentation du cercle.

e) [Géométrie plane] :

Coniques : définitions géométriques (bifocale, et par foyer et directrice) ; équations cartésiennes réduites ; équivalence de ces diverses définitions.

Equation de l'hyperbole rapportée à ses asymptotes.

Exemples de représentation paramétrique d'une conique.

Tangente à une conique en un point (on établira sa propriété de bissectrice par rapport aux foyers).



Programme placé en tête du volume II concernant l'analyse.

CLASSES TERMINALES C ET E

PROGRAMME

Le programme est commun aux classes Terminales C et E.

L'horaire hebdomadaire est de 9 heures (8 + 1).

Comme dans les classes précédentes, de nombreuses activités sont indispensables ; c'est uniquement pour éviter des difficultés d'interprétation au baccalauréat que le choix des thèmes est laissé à l'entière initiative des professeurs : aucune liste indicative n'est proposée.

On continuera à utiliser largement les calculatrices.

L'élève a acquis en Première scientifique un bagage important, qu'on aura soin d'investir dès le début de l'année dans des directions variées. Le professeur de Terminale dispose de l'ensemble des connaissances de Première, démontrées ou admises.

Dans le texte du programme la mention « énoncé admis » ou « on admettra » désigne une proposition pour laquelle le professeur décidera de l'opportunité d'une démonstration, étant entendu que celle-ci n'est pas exigible au baccalauréat mais qu'en tout état de cause la signification de l'énoncé, sa portée, ses applications seront mises en évidence.

Les autres propositions seront, bien entendu, démontrées.

Les élèves ont été, en Première, initiés à des structures. L'étude de celles-ci n'a pas à être développée pour elle-même ; il s'agit cependant de pouvoir disposer, dans l'étude par exemple des nombres complexes ou de la fonction exponentielle, du langage approprié. Le professeur donnera donc au moment convenable la définition d'un corps commutatif, sans en apporter d'autre exemple que $\mathbb{R}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{C}$, ainsi que les définitions d'un groupe, d'un sous-groupe, d'un morphisme de groupes.

I. SUITES NUMERIQUES

a) Propriété fondamentale (qu'il est hors de question de démontrer) : toute suite croissante et majorée (resp. décroissante et minorés) est convergente.

Compléments sur les suites convergentes : la composée d'une suite de limite l par une fonction f continue au point l admet $f(l)$ pour limite.

b) Suite divergeant vers $+\infty$ (resp. $-\infty$) ; stabilité du comportement d'une telle suite par addition d'une suite bornée, et par multiplication par une suite admettant un minorant strictement positif (énoncés admis).

Etude des suites $n \longmapsto a^n$ et $n \longmapsto n^\alpha$. Croissance comparée.

c) Suites récurrentes :

Exemples d'études de suites vérifiant une relation $u_{n+1} = f(u_n)$;
Exemples de recherche de suites vérifiant une relation :

$$u_{n+1} = au_n + bu_{n-1}$$

dans laquelle a, b sont des réels donnés, ou une relation :

$$u_{n+1} - u_n = \mathrm{P}(n)$$

dans laquelle P est un polynôme. On prendra certains de ces exemples dans des situations évolutives en économie ou en biologie.

II. FONCTIONS NUMERIQUES

Dans les énoncés et les démonstrations on continuera de se placer dans des hypothèses de bonne sécurité sans en rechercher de plus fines. Comme dans les classes précédentes les exemples d'études de fonctions seront nombreux et variés, et on entretiendra l'habitude de la représentation graphique, car celle-ci joue un rôle important dans la description du comportement ; une indication d'allure peut suffire pour exprimer un aspect qualitatif, un tracé soigné est nécessaire lorsqu'on passe aux aspects quantitatifs.

a) Fonction logarithme népérien $x \longmapsto \ln x$; elle sera présentée le plus tôt possible, en exploitant l'acquis de Première. La fonction logarithme décimal $x \longmapsto \log x$ sera introduite en vue du calcul numérique.

b) Compléments sur la continuité et les limites. Composée d'une fonction de limite l par une fonction continue au point l.

Si une fonction est croissante sur un intervalle $]a, b[$ $(a < b)$ et si elle est majorée, alors elle admet une limite au point b (énoncé admis).

Fonction tendant vers $+\infty$ (resp. $-\infty$) ; stabilité du comportement d'une telle fonction par addition d'une fonction bornée, et par multiplication par une fonction admettant un minorant strictement positif (énoncés admis).

c) Propriétés des fonctions continues sur un intervalle (fermé ou non, borné ou non) : on donnera les trois propriétés fondamentales suivantes, qu'il est hors de question de démontrer :

L'image continue d'un intervalle est un intervalle ;

L'image continue d'un segment est un segment ;

Une application continue est strictement monotone d'un intervalle sur un autre admet une application réciproque, qui est continue et strictement monotone.

d) Compléments sur le calcul des dérivées : dérivée d'une application composée, d'une application réciproque ; cas de $x \longmapsto \sqrt{x}$.

Dérivées successives. On donnera les notations $\frac{df}{dx}, \frac{d^2f}{dx^2}, \ldots$ des dérivées, mais la notion de différentielle est en dehors du programme.

En vue des utilisations en sciences physiques ; définition et notation des applications dérivées partielles d'une application numérique de deux ou trois variables réelles.

En se référant aux propriétés, vues en Première, liant le signe de la dérivée et le sens de variation, on développera sur de nombreux exemples l'étude d'une fonction : sens de variation, signe, extremums, et ses applications à la résolution d'équations et d'inéquations.

Exemples de comportement asymptotique d'une fonction, aspect graphique (courbes « asymptotes », $y = f(x)$ et $y = g(x)$, la différence $f(x) - g(x)$ tendant vers 0 quand x tend vers $+\infty$ ou vers $-\infty$).

e) Fonction exponentielle $x \longmapsto \exp x$ (il est souhaitable d'aborder cette fonction dès la présentation des applications réciproques).

Notations e^x, u^v.

Fonctions $x \longmapsto a^x$ et $x \longmapsto x^\alpha$.

Croissance comparée des fonctions $x \longmapsto \ln x$, $x \longmapsto x^\alpha$, $x \longmapsto \exp x$.

On s'attachera à obtenir, pour $\alpha > 0$, les résultats suivants :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0, \quad \lim_{x \to 0} x^\alpha \ln x = 0, \quad \lim_{x \to +\infty} \frac{x^\alpha}{\exp x} = 0, \quad \lim_{x \to -\infty} |x|^\alpha \cdot \exp x = 0.$$

Exemples de dérivées de fonctions composées des types $\ln f$, $\exp f$, f^α. (Les élèves devront savoir reconnaître sur des exemples simples, dans la recherche des primitives, les dérivées de telles fonctions.)

f) Exemples de développements limités au voisinage de 0 : on se bornera à donner la définition d'un développement limité, on établira, jusqu'à leur troisième terme non nul, les développements limités de :

$x \longmapsto \cos x$, $\quad x \longmapsto \sin x$, $\quad x \longmapsto \exp x$, $\quad x \longmapsto \ln(1 + x)$, $\quad x \longmapsto \sqrt{1 + x}$

Utilisation de développements limités dans la recherche de limites. (Au baccalauréat on indiquera la marche à suivre dans le cas de fonctions ne se ramenant pas directement à celles qui sont citées ci-dessus.)

Sont hors du programme : les notations de Landau, la notion d'équivalent (pour les suites comme pour les fonctions) ainsi que toute étude systématique des opérations sur les développements limités.

g) Accroissements finis :

Enoncé sans démonstration du théorème de Rolle ; interprétation géométrique.

Pour une fonction f continue sur $[a, b]$, dérivable sur $]a, b[$:

Si la fonction dérivée f' a ses valeurs comprises entre des réels m et M, alors on a

$$m \leqslant \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \leqslant M ;$$

Si la fonction dérivée f' admet au point a une limite l, alors on a également

$\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = l$. Extension à une limite infinie.

IV. CALCUL INTEGRAL

a) Intégrale d'une fonction continue :

Il est recommandé d'adopter la définition suivante :

Soit f une application continue d'un intervalle I de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

On a admis, en Première, que f possède des primitives sur I, et que deux quelconques d'entre elles diffèrent par une constante.

Il en résulte que, pour tout $(a, b) \in I^2$, le réel $F(b) - F(a)$ est indépendant du choix de la primitive F ; on le note $\int_a^b f(t)\,dt$ et on l'appelle intégrale, de a à b, de la fonction continue f.

En d'autres termes, $x \longmapsto \int_a^x f(t)\,dt$ est donc l'unique primitive de f sur I qui prend la valeur 0 au point a.

On traitera les questions suivantes :

Relation de Chasles (additivité par rapport aux intervalles) ;

Linéarité par rapport aux fonctions ;

Positivité : si $a \leqslant b$ et $f \geqslant 0$, alors $\int_a^b f(t)\,dt \geqslant 0$;

Inégalité de la moyenne, valeur moyenne ;

Changements de variable affines ;

Intégration par parties.

Exemples d'étude d'une fonction de la forme $x \longmapsto \int_a^x f(t)\,dt$, où f n'a pas de primitive explicitée.

b) Obtention d'une valeur approchée d'une intégrale : on exposera seulement la méthode des rectangles, avec majoration du reste ; on en déduira une interprétation de la valeur moyenne d'une fonction comme limite d'une suite.

c) Application du calcul intégral à l'évaluation, dans le plan rapporté à un repère orthogonal, de l'aire de la partie définie par :

$$\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b \\ o \leqslant y \leqslant f(x) \end{cases}$$

, où f est une fonction continue et positive sur $[a, b]$.

d) Sans théorie générale : autres applications géométriques, mécaniques, physiques, du calcul intégral ; exemples de calcul d'un volume, d'une masse, d'un moment d'inertie.

(Ce paragraphe d) ne fera l'objet d'aucune question de mathématiques au baccalauréat.)

e) Résolution des équations différentielles linéaires homogènes à coefficients constants du premier et du second ordre.

On prouvera dans chaque cas l'existence et l'unicité de la solution vérifiant des « conditions initiales » données.

L'alinéa ci-dessous ne fera l'objet d'aucune question de mathématiques au baccalauréat.

Sur des exemples numériques, résolution d'une équation différentielle à coefficients constants de la forme $y'' + h\,y' + k\,y = a \cos(\omega x - \varphi)$.

IV. FONCTIONS VECTORIELLES ET CINEMATIQUE

a) Fonction vectorielle d'une variable réelle ; l'espace d'arrivée est $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$, ou encore $\mathbb{C}$ identifié à $\mathbb{R}^2$. Les définitions et les démonstrations seront données à l'aide des coordonnées.

Dérivée d'une fonction vectorielle. Dérivée d'une somme, d'un produit $\varphi \vec{v}$ (où $\vec{v}$ et φ sont respectivement à valeurs vectorielles et réelles), d'un produit scalaire, d'un produit vectoriel. Dérivée de la norme d'une fonction vectorielle.

b) Exemples simples de construction d'une courbe plane définie par une représentation paramétrique. (Toute étude de points singuliers ou de branches infinies est hors du programme.)

c) Cinématique du point. Trajectoire. Vecteur vitesse, vecteur accélération. Mouvement accéléré, mouvement retardé.

Mouvements rectilignes, circulaires ; mouvement circulaire uniforme, oscillateur harmonique (à support rectiligne).

(Au baccalauréat on se limitera à des mouvements dans le plan.)